

---

---

**WISKUNDE-ESTAFETTE RU 2006**

**60 Minuten voor 20 opgaven.**

**Het totaal aantal te behalen punten is 500**

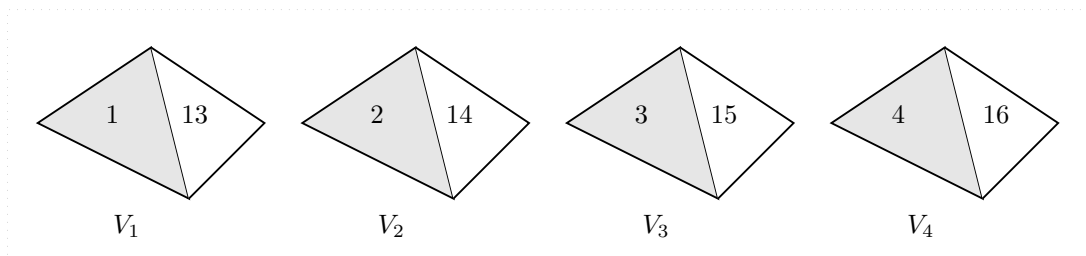
---

---

**1** (20 punten)

**Viervlakken.**

Op een tafel vóór je staan vier viervlakken  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$  en  $V_4$ . Op elk grensvlak van elk viervlak is een van de getallen  $1, 2, \dots, 16$  geschreven, zodat al die getallen gebruikt worden en zó dat voor elk viervlak de vier grensvlakken dezelfde som opleveren. Van elk viervlak heb je twee grensvlakken in je blikveld; zie de figuur hieronder.

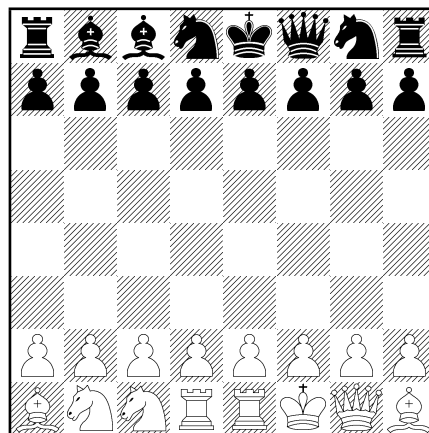


*Welke getallen staan op de niet zichtbare grensvlakken?*

**2** (20 punten)

**Alternatief schaken.**

De schaaklegende Bobby Fischer wil niet meer gewoon schaken. Hij wil nog wel spelen als de speler achter de pionnenrij de acht stukken mag plaatsen waar hij zelf wil (één stuk per vak). In het bijzonder mogen beide lopers op velden van dezelfde kleur staan.



Een voorbeeld:

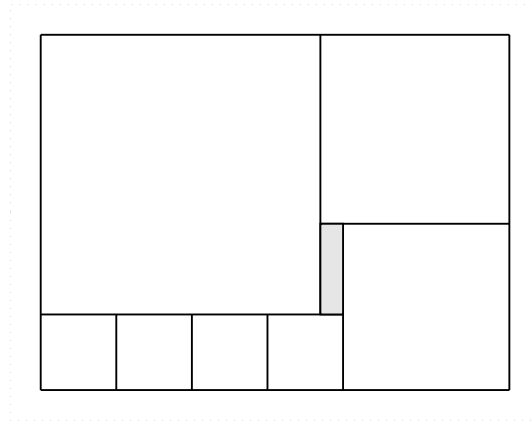
*Uit hoeveel mogelijkheden kan wit kiezen om zijn stukken op te stellen?*

(Die stukken zijn: een koning, een dame, twee torens, twee lopers en twee paarden.)

3 (30 punten)

**Het gat.**

Zeven vierkanten zijn in een rechthoek gelegd, volgens het patroon van onderstaande schets. In de figuur zit een gat van 3 bij 12.

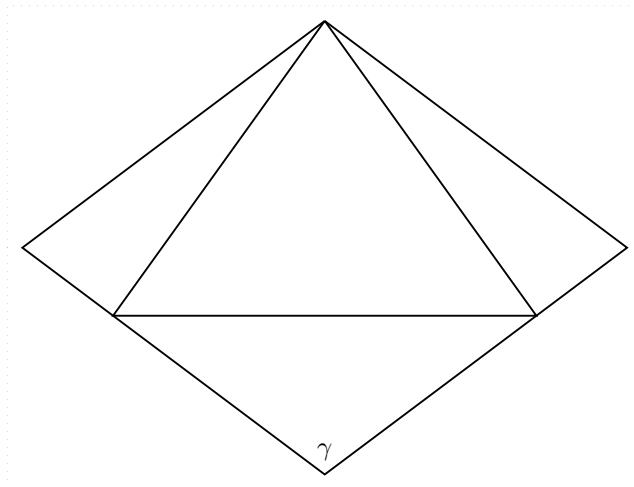


*Wat is de zijde van het grootste vierkant?*

4 (20 punten)

**De ruit.**

In een ruit met zijde 1 is een gelijkzijdige driehoek met zijde 1 getekend. Een van de hoeken van de ruit is  $\gamma$ .



De tekening is niet op schaal!

*Hoe groot is  $\gamma$ ?*

5 (30 punten)

**Drijfzand.**

Als aan een hoeveelheid droog zand water wordt toegevoegd, neemt het volume aanvankelijk niet toe, doordat het water tussen de zandkorrels gaat zitten. Dat blijft zo totdat de ruimte tussen de korrels geheel gevuld is.

We bekijken zand met een zekere korrelgrootte. Als aan 5 liter droog zand 7 liter water wordt toegevoegd, is het totale volume 9 liter.

*Wat is het totale volume als aan 8 liter droog zand 7 liter water wordt toegevoegd?*

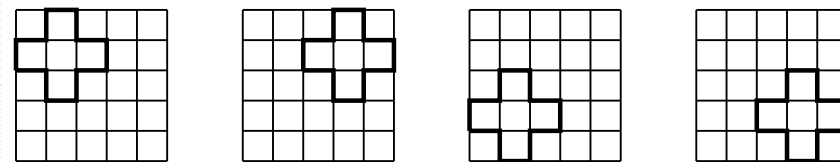
6 (30 punten)

**Sudoku Plus.**

We gaan in een vijf bij vijf vierkant op elke positie één van de getallen 1, 2, 3, 4, 5 invullen op zo'n manier dat aan de volgende eisen voldaan is:

- In elke horizontale rij staan de getallen 1, 2, 3, 4, 5.
- In elke verticale kolom staan de getallen 1, 2, 3, 4, 5.
- In elke 'plus' staan de getallen 1, 2, 3, 4, 5.

Met een 'plus' bedoelen we elk van de vier delen, aangegeven in de volgende figuur:



Vijf van de getallen zijn al ingevuld:

				4
5				
			1	
		2		
		3		

*In welke volgorde staan de getallen op de onderste rij?*

7 (20 punten)

**De prijs.**

Als winnaar van een quiz mag je één van drie enveloppen kiezen. In één van de enveloppen zit 10 euro, in een ander 50 euro en in de derde 100 euro. De quizmaster weet van elke enveloppe welk bedrag er in zit. Nadat jij hebt gekozen, verwijdert hij de duurste van de overgebleven enveloppen. Nu mag je kiezen:

1. je blijft bij de enveloppe die je gekozen had,
2. je kiest de overgebleven enveloppe die de quizmaster niet verwijderd had.

In beide gevallen is je prijs de inhoud van de gekozen enveloppe.

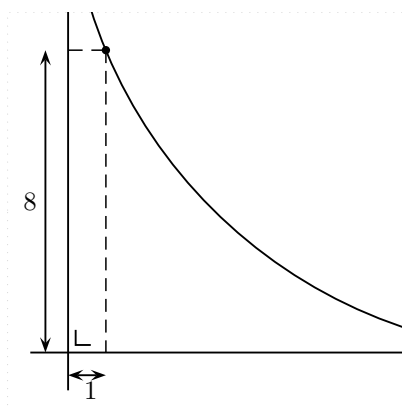
Het gemiddelde bedrag dat de winnaars krijgen die de eerste keuze doen is niet hetzelfde als het gemiddelde bedrag dat de winnaars krijgen die de tweede keuze doen.

*Hoeveel verschillen die gemiddelde bedragen?*

8 (20 punten)

**De straal.**

Een cirkel raakt aan een horizontale en een verticale lijn. Tussen beide raakpunten ligt op de cirkel een punt dat op afstand 8 van de horizontale lijn ligt en op afstand 1 van de verticale lijn.



*Wat is de straal van die cirkel?*

9 (20 punten)

**Knak Knak.**

Een lijnstuk  $AB$  ter lengte van 1 meter wordt op 2 plaatsen geknakt, zó dat van de drie stukken een driehoek gemaakt kan worden. Elk van de beide knakpunten ligt een geheel aantal centimeters van  $A$  en  $B$  af; één knakpunt ligt 28 cm van  $B$ .



*Hoever ligt het andere knakpunt minstens en hoever hoogstens van  $A$  af?*

Het geval dat de drie stukken op één lijn liggen is niet toegestaan.

10 (30 punten)

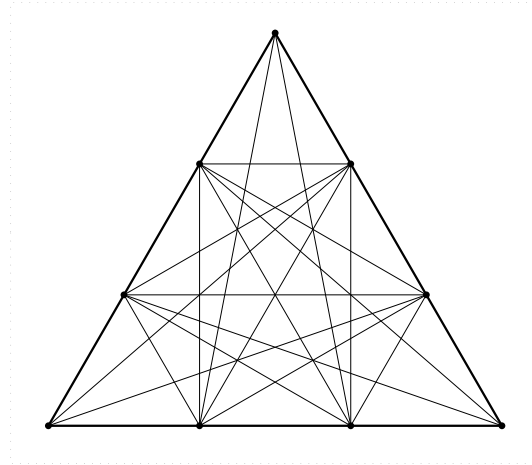
**Negens.**

*Hoeveel is  $999999 \cdot 999994 \cdot 999992 - 999991 \cdot 999996 \cdot 999998$ ?*

11 (30 punten)

### Het racket.

We hebben een frame in de vorm van een gelijkzijdige driehoek waarvan de zijden lengte 6 hebben. Op elke zijde liggen twee punten die de zijde in drie stukken van lengte 2 verdelen. Met de drie hoekpunten erbij krijgen we zo negen punten. We fabriceren een 'racket' door draad te spannen tussen elk tweetal van die negen punten, zolang ze op verschillende zijden liggen. Zie de figuur.



*Wat is de totale lengte aan benodigde draad?*

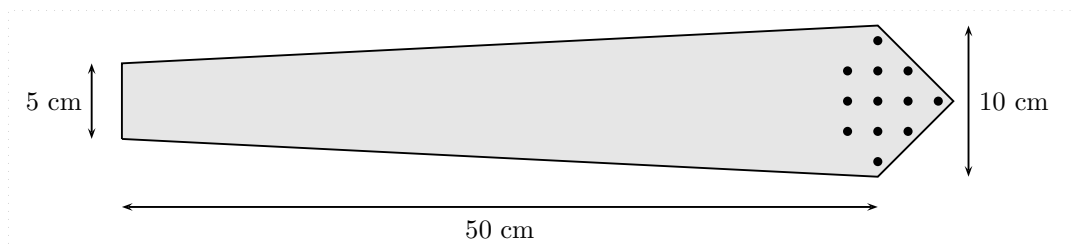
**12** (20 punten)

### De stropdas.

Het vooraanzicht van mijn stropdas heeft een vorm bestaande uit

- Een gelijkbenig trapezium met hoogte 50 cm, grootste breedte 10 cm en kleinste breedte 5 cm,
- Een gelijkbenige rechthoekige driehoek.

Zie de tekening.



Op de das is een patroon van ronde stippen aangebracht. Een van de stippen bevindt zich precies in het midden van het breedste gedeelte. Op horizontale afstand van 2 cm van elke stip (gemeten van hart tot hart) bevindt er zich aan beide zijden weer een, voorzover de ruimte dat toelaat. Hetzelfde geldt in verticale richting. Een gedeelte van dit patroon is

in de figuur getekend.

*Hoeveel stippen zijn er (voor de helft of meer) zichtbaar?*

**13** (30 punten)

**Korting.**

Een groep van 21 mensen bezoekt een pretpark. Sommigen van hen hebben een kortingskaart; zij krijgen 5 euro korting op de entreprijs. In totaal moet de groep 104 euro betalen.

*Hoeveel mensen hadden korting?*

**14** (20 punten)

**De verdubbeling.**

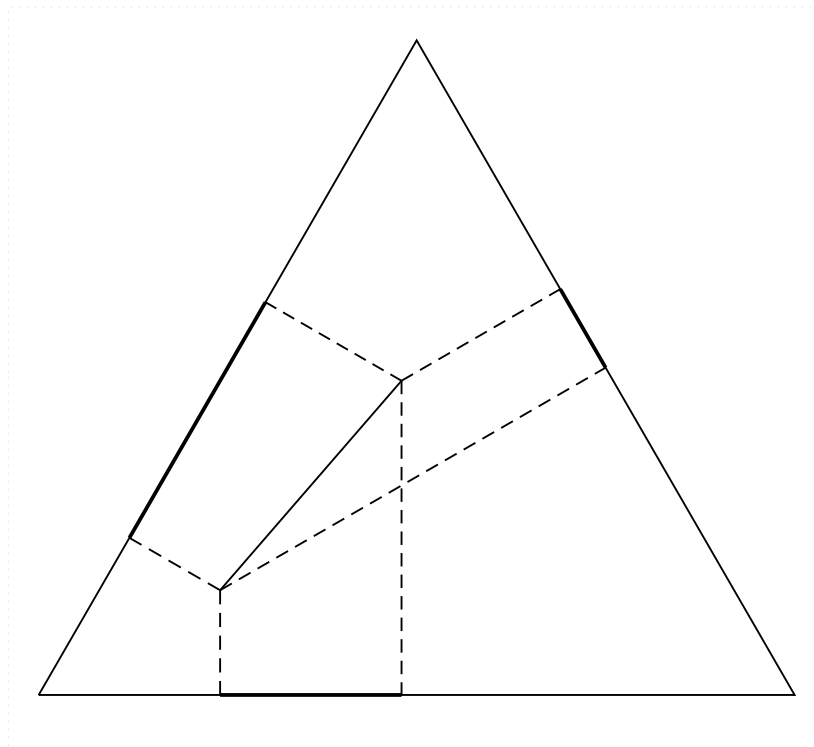
We hebben een getal  $x$  van drie cijfers  $abc$  ( $a$  zijn de honderdtallen,  $b$  de tientallen,  $c$  de eenheden). Gegeven is dat  $2x - 1$  dezelfde cijfers heeft, maar in een andere volgorde:  $cab$ .

*Wat is  $x$ ?*

**15** (30 punten)

**Projecties.**

Binnen een gelijkzijdige driehoek ligt een lijnstuk. We projecteren dat lijnstuk loodrecht op elk van de drie zijden. De lengtes van twee van de projecties zijn 4 en 7.



*Wat is de lengte van de derde projectie?*

Er zijn twee uitkomsten mogelijk; geef ze allebei.

**16** (30 punten)

**Wie is wie.**

Vier personen, genaamd Alfred, Bert, Cor en Dirk, zitten aan een tafel.

Een van hen zegt: 'Ik heet Alfred'.

Een ander: 'Ik heet Bert'.

Een derde: 'Ik heet Cor'.

En de vierde: 'Ik heet Dirk'.

Vervolgens ontwikkelt zich dit gesprek:

Dirk: 'Alfred heeft zich onder mijn naam voorgesteld'.

Alfred: 'Dat is niet waar'.

Dirk: 'Bert heeft zich onder mijn naam voorgesteld'.

Bert: 'Dat is niet waar'.

Alfred: 'Dirk heeft zich Alfred genoemd'.

Bert: 'Dirk heeft zich Bert genoemd'.

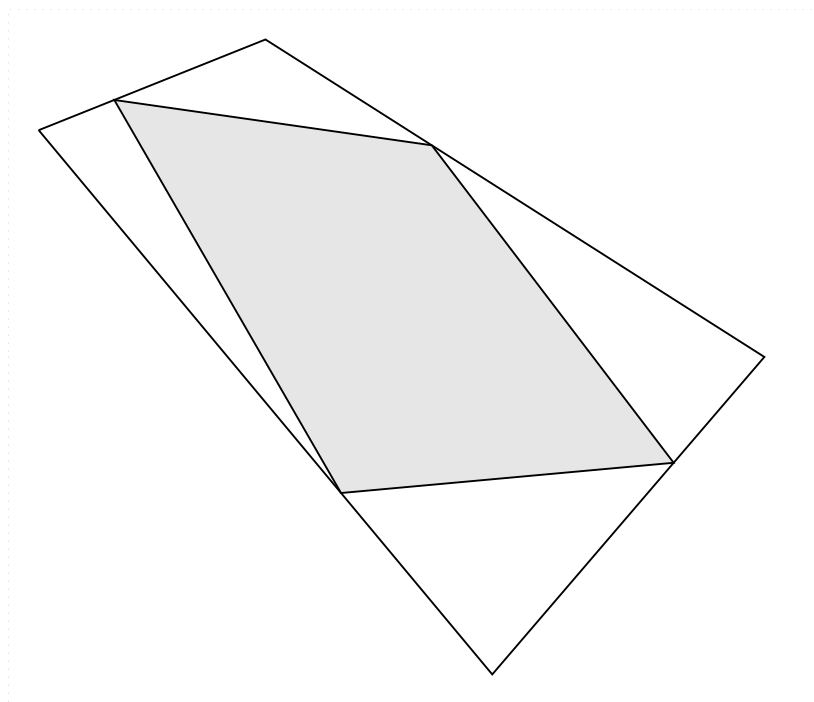
Van de tien gedane mededelingen zijn er zes juist en vier onjuist.

*Hoe heten achtereenvolgens de eerste, tweede, derde en vierde spreker?*

**17** (30 punten)

**Grijs en wit.**

De hoekpunten van de grijze vierhoek verdelen de zijden van de grote vierhoek in stukken die zich verhouden als 1 tot 2. De oppervlakte van het niet-grijze deel is 100 eenheden.



*Wat is de oppervlakte van het grijze deel?*

**18** (20 punten)

**Datum.**

Stans horloge geeft wel de datum aan, maar rekest voor elke maand 31 dagen. Na elke

maand van 30 dagen (april, juni, september en november) en na februari moet Stan eigenlijk de datum handmatig aanpassen, maar dat doet hij niet, zodat de datum jarenlang fout wordt aangegeven. Op 30 april 2000 gaf het horloge de correcte datum aan: '30-04'.

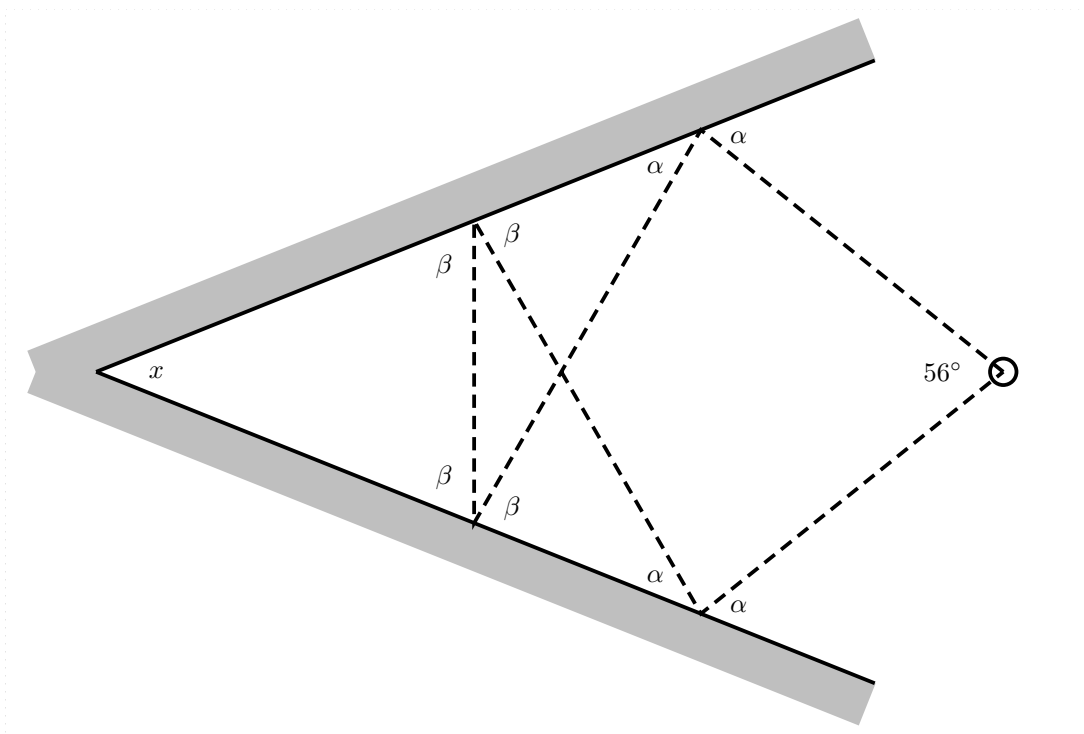
*Wat is de eerstvolgende datum waarop het horloge de correcte datum aangeeft?*  
(dag/maand/jaar)

Houd rekening met schrikkeljaren!

**19** (20 punten)

**Spiegels.**

Twee spiegels maken een hoek  $x$  met elkaar. Midden tussen de spiegels staat een lichtbron. Een lichtstraal keert na vier keer te zijn weerkaatst weer in zijn beginpunt terug. De hoek tussen de vertrekkende en terugkomende straal is  $56^\circ$ . De vier hoeken  $\alpha$  zijn gelijk en ook de vier hoeken  $\beta$  zijn gelijk.



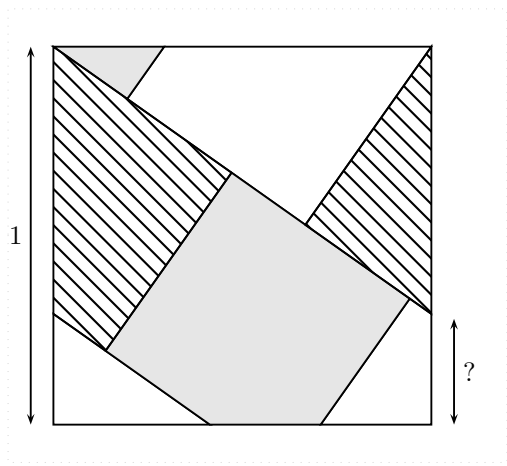
*Hoe groot is  $x$ ?*

**20** (30 punten)

**Legpuzzel.**

Een vierkant is verdeeld in zeven stukken, waarmee je drie even grote vierkanten kunt leggen: een wit, een gestreept en een grijs. De zijde van het vierkant bedraagt 1.





Een zijde van één van de stukken is met een vraagteken aangegeven.  
*Hoe lang is die zijde?*