De stemverhoudingen in de Europese ministerraad

Informele notitie door Tom Koornwinder, 28 oktober 2004

Korteweg-de Vries Instituut, Universiteit van Amsterdam; email `thk@science.uva.nl`

Inleiding

De natuurkundige Karol Zyczkowski en de wiskundige Wojciech Słomczyński, beiden uit Polen, publiceerden in mei 2004 een preprint [2] (zie ook een kortere samenvatting [1]), waarin zij betogen dat de stemverhoudingen tussen de landen in de ministerraad van de Europese Unie niet overeenkomen met de daadwerkelijke invloed die de verschillende landen op grond van hun bevolkingsaantallen zouden moeten hebben in die raad. Hun kritiek betreft zowel de nu gangbare praktijk die vastgelegd is in het verdrag van Nice, als de toekomstige praktijk die wordt voorgesteld in de concept-grondwet van de EU. De twee Polen komen tot hun conclusies en aanbevelingen op grond van wiskundige redenering. De zaken blijken dan wat subtieler te liggen dan de gemakkelijke oplossing om ieder land stemgewicht te geven evenredig met het aantal inwoners van dat land. In dit stukje geef ik enige uitleg van het voorstel van de twee Polen.

De wet van Penrose

Als er in Nederland verkiezingen zijn, dan zullen veel mensen denken: "Waarom zal ik gaan stemmen? Het heeft toch nauwelijks invloed op de uitslag of ik wel of niet mijn stem uitbreng." En je zult dat misschien nog eerder denken als je in een groter land (d.w.z. met meer inwomers) woont, zeg in Duitsland. Stel bijv. dat er een landelijk referendum wordt gehouden. Een voorbeeld is een referendum over de Europese grondwet, dat volgend jaar waarschijnlijk in de meeste landen van de EU zal plaats vinden. Iedere kiezer moet dan een *ja* of een *nee* uitspreken. Je zult dan geneigd zijn te denken: als er in land A 10 keer zoveel kiezers zijn als in land B, dan heeft een kiezer in land A maar $\frac{1}{10}$ keer zoveel invloed op de uitslag van het referendum als een kiezer in land B. Verrassenderwijs zegt de *wet van Penrose* (dit is Lionel Penrose, vader van de bekende Engelse wis- en natuurkundige Roger Penrose) dat dit toch wat gunstiger uitpakt voor een kiezer in het grote land: de kiezer in land A heeft $\frac{1}{\sqrt{10}} \approx 0,32$ zoveel invloed op de einduitslag als in land B.

Om de wet van Penrose algemeen te formuleren, moeten we eerst zeggen wat we bedoelen met de invloed van de kiezer op de uitslag. Laten we veronderstellen dat het referendum aangenomen is als er meer stemmen voor dan tegen zijn, en dat het anders verworpen is. Dus je stem zal alleen invloed hebben als je op de wip zit. Bij 10 kiezers is dat het geval als van de andere 9 er 5 voor en 4 tegengestemd hebben. Bij 11 kiezers zit je op de wip als van de andere 10 er 5 voor en 5 tegengestemd hebben. Er is dus een klein verschil in de analyse tussen het geval met een even aantal kiezers en met een oneven aantal, maar het zal voor de conclusie niet uitmaken. Wat is nu de kans dat je bij een referendum met n kiezers op de wip zit? Het verrassende antwoord is:

$$\text{ongeveer} \quad \sqrt{\frac{2}{\pi n}} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{4n}\,. \tag{1}$$

Hierbij nemen we aan dat jij een van de n kiezers bent en dat de overige $n-1$ kiezers geheel onafhankelijk van elkaar hun stem uitbrengen en elk met kans $\frac{1}{2}$ voor stemmen.

Kijk voor nader inzicht naar het volgende. Werp n keer achter elkaar een munt, waarbij er gelijke kans $\frac{1}{2}$ op kruis of munt is. Je noteert bij zo'n serie van n worpen hoeveel keer je kruis hebt gegooid. Dat aantal is dus een van de waarden $0, 1, \ldots, n$. Nu maak je een tabel met onder elkaar de getallen $0, 1, \ldots, n$, je herhaalt het experiment van n keer een munt werpen een groot aantal malen, en na elke serie van n worpen zet je in je tabel een streepje achter de bereikte waarde (het aantal keren dat kruis in die serie is geworpen). Je zult zien dat dan ongeveer in $\sqrt{\frac{2}{\pi n}}$ maal het aantal worpseries de score $n/2$ (als n even) of $(n+1)/2$ (als n oneven) is behaald.

Er zijn ook exacte formules voor deze kansen. Allereerst hebben we de getallen $n!$ (spreek uit "n-faculteit"):

$$1! = 1, \quad 2! = 1 \times 2, \quad 3! = 1 \times 2 \times 3, \qquad \ldots, \qquad n! = 1 \times 2 \times \cdots \times (n-1) \times n.$$

Als je n keer een munt werpt dan heb je als uitkomst een rijtje van n enen en nullen (1 staat voor kruis, 0 staat voor munt). Er zijn 2^n mogelijke rijtjes van n enen en nullen. Onder die 2^n rijtjes kun je het aantal rijtjes waarin precies k enen (en dus $n-k$ nullen) voorkomen schrijven als

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}\,.$$

Hier is $\binom{n}{k}$ (spreek uit "n kies k") de zogenaamde *binomiaalcoëfficiënt*. Elke binomiaalcoëfficiënt kan met bovenstaande formule worden uitgerekend als een positief geheel getal. Het zijn precies de getallen die in de bekende *driehoek van Pascal* voorkomen.

Er volgt nu onmiddellijk dat de kans om uit alle rijtjes van n nullen en enen een rijtje te trekken met precies k nullen en enen gelijk is aan

$$\frac{1}{2^n}\binom{n}{k}.$$

We hebben hier aangenomen dat de kans op kruis en munt gelijk zijn, dus allebei $\frac{1}{2}$. We hebben hier een speciaal geval van de *binomiale verdeling* (zie bijv. [4]).

Voor $n!$ bestaat er een schatting met een functie van m die in zekere zin eenvoudiger is:

$$n! \approx \sqrt{2\pi n}\,\frac{n^n}{e^n} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{12n}\,. \tag{2}$$

Dit is de *formule van Stirling* (zie bijv. [3]). De relatieve fout wordt dus kleiner naarmate m groter wordt. Uit formule (2) kunnen we nu de volgende schatting berekenen:

$$\frac{1}{2^{2m-1}}\binom{2m-1}{m} = \frac{1}{2^{2m}}\binom{2m}{m} \approx \frac{1}{\sqrt{\pi m}} \quad \text{met een relatieve fout van ongeveer} \quad \frac{1}{8m}\,.$$

Hieruit volgt ons resultaat in formule (1): de kans dat een kiezer op de wip zit.

Discussie Het volgende is een illustratie van de invloed die de individuele kiezer in een land zoals Nederland heeft. Bijvoorbeeld bij tienmiljoen kiezers (als in Nederland iedere stemgerechtigde zou meedoen) heb je volgens formule (1) een kans van ca. 1 op de 4000 om op de wip te zitten bij een referendum. Bij vijftigmiljoen kiezers (Duitsland) is je kans om op de wip te zitten ongeveer 1 op de 9000. Laten we nog even doorpraten over het Nederlandse geval (tien miljoen kiezers). Je hebt op de wip gezeten als achteraf blijkt dat de overige kiezers tot een "gelijk spel" (aantal voorstemmers minus het aantal tegenstemmers is 1) zijn gekomen. Gemiddeld eens in de 4000 keer zul je bij een landelijk referendum op die wip komen. Maar die keer heeft dan de helft van je medestemmers ook op de wip gezeten: als het aantal voorstemmers precies gelijk is aan het aantal tegenstemmers, dan heeft iedere tegenstemmer op de wip gezeten; als er twee meer voor dan tegen gestemd hebben, dan heeft elke voorstemmer op de wip gezeten. Dus eens in de 2000 keer blijkt de helft van de kiezers op de wip te hebben gezeten, maar de andere 1999 keer heeft niemand op de wip gezeten. Hadden die andere 1999 referenda dan net zo goed niet kunnen worden gehouden? Dat is natuurlijk absurd.

Je zou ook bezwaar kunnen maken tegen de aanname dat alle andere kiezers random hebben gestemd en dat alleen jij (hopelijk op de wip zittend) een gefundeerde en zeer verantwoordelijke stem gaat uitbrengen. Maar zo is het natuurlijk niet bedoeld. Er wordt verondersteld dat in een zeer grote serie van referenda elke kiezer, geheel onafhankelijk van de andere kiezers zijn keuze makend, gemiddeld in de helft van de keren voor en in de helft van de keren tegen zal stemmen. In de praktijk zullen de kiezers zich wel door elkaar laten beïnvloeden (of liever gezegd, zullen groepen kiezers dezelfde invloed ondergaan, wat zal leiden tot een zelfde keuze).

De gewichtenverdeling in de Europese ministerraad

In de Europese ministerraad wordt geregeld gestemd. Elk land in de Europese Unie is in de ministerraad vertegenwoordigd met 1 stem, maar er kan worden bepaald dat niet alle stemmen even zwaar wegen. Bijvoorbeeld kan een land een stemgewicht krijgen dat evenredig is met het aantal inwoners van dat land. Als het stemgewicht voor elk land is vastgesteld, dan worden de stemmen voortaan met deze gewichten geteld. Dan is de volgende vraag boven welk percentage van het totaal aantal stemmen de EU-ministerraad moet komen om een voorstel aan te nemen. Dit percentage hoeft niet persé 50% te zijn. Het kan hoger worden genomen.

Laten we eerst naar de gewichten kijken. Laten we van de denkbeeldige situatie uitgaan dat over elk voorstel in de EU-raad eerst in elk EU-land een referendum wordt gehouden en dat elk land in de EU-raad stemt volgens de uitslag van dat referendum. Laten we ook aannemen dat in elk land elke stemgerechtigde een geldige stem voor of tegen het referendum uitbrengt. Schrijf n_i voor het aantal stemgerechtigden in land i en schrijf w_i voor het stemgewicht van land i in de EU-raad. Een burger van land i heeft bij het referendum in zijn eigen land een invloed op de uitslag die evenredig is met $\frac{1}{\sqrt{n_i}}$, zie formule (1). Maar omdat zijn land in de EU-raad stemgewicht w_i heeft, heeft de burger van land i in die raad een invloed op de uitslag die evenredig is met $\frac{w_i}{\sqrt{n_i}}$. Dit laat onmiddellijk zien dat een systeem met elk land hetzelfde gewicht oneerlijk is voor de burgers van de grote landen, maar dat een systeem met gewichten evenredig met het aantal stemgerechtigden de burgers van de grote landen erg bevoorrecht, want dan heeft een burger uit land i een invloed evenredig met $\sqrt{n_i}$ op de beslissing in de EU-raad. Precies eerlijk lijkt het om de gewichten w_i evenredig te maken met $\sqrt{n_i}$. Dan heeft de burger van elk EU-land een gelijke invloed op de beslissing in de EU-raad.

Het minimum aantal vereiste stemmen voor aanname van een voorstel

Toch is de redenering hierboven nog te oppervlakkig. Een eenvoudig voorbeeld zal dit duidelijk maken. Stel we hebben maar 3 landen A, B en C, waarbij landen B en C een gelijk aantal stemgerechtigden hebben, maar land A 9 keer zoveel stemgerechtigden heeft als land B. Volgens de hierboven geformuleerde regel krijgt land A in de raad van drie landen dus een drie keer zo groot gewicht als de landen B en C. Zeg dus dat land A gewicht 60 krijgt en landen B en C gewicht 20. Als dan voorstellen in de raad aangenomen worden met gewone meerderheid van stemmen (naar gewichten), dus met meer dan 50 stemmen, dan zal A altijd op de wip zitten, wat B en C ook stemmen, maar land B en land C zullen nooit op de wip zitten.

Zeggen we echter dat een voorstel is aangenomen zodra het meer dan 60 stemmen heeft behaald, dan kunnen we als volgt redeneren. Voor ieder land zijn er 4 mogelijkheden van stemgedrag van de twee andere landen. Land A zit op de wip als B en C voor stemmen of als B voor en C tegen is of als B tegen en C voor is. Maar de stem van land A heeft geen effect als B en C beide tegen zijn. Er is dus een kans $\frac{3}{4}$ dat land A invloed heeft op de beslissing. Voor land B geldt dat het op de wip zit als A voor is en C tegen. Maar als A en C allebei voor zijn of als A tegen is en C voor of als A en C allebei tegen zijn dan heeft de stem van land B geen effect. Er is dus een kans van $\frac{1}{4}$ dat land B invloed heeft op de beslissing. Voor land C is er een even grote kans. Zo is het precies eerlijk. Want voor de burgers van landen A, B en C verhouden de invloeden op de referendumuitslag zich als 1 : 3 : 3, maar voor die landen verhouden de invloeden op de beslissing in de raad zich als 3 : 1 : 1, dus wanneer we deze twee verhoudingsrijen combineren dan heeft de burger uit elk van de drie landen even grote invloed op de beslissing in de raad.

In het algemeen kunnen we in een Raad waarin de leden volgens bepaalde gewichten stemmen en voorstellen worden aangenomen boven een bepaalde drempel van de gewogen stemmen, spreken van de zogenaamde *Banzhaf-index*. Bij een Raad met n leden is de *absolute Banzhaf-index* B_i van lid i het gemiddelde aantal keren (genomen over alle 2^{n-1} mogelijkheden van stemgedrag van de andere $n-1$ leden) dat de stem van lid i het verschil uitmaakt tussen aannemen en niet aannemen van een voorstel. De *genormaliseerde Banzhaf-index* β_i van lid i is B_i gedeeld door $B_1+B_2+\cdots+B_n$. We kunnen β_i natuurlijk ook in procenten uitdrukken. Deze genormaliseerde Banzhaf-index β_i geeft de effectieve stemmenmacht van lid i van de Raad.

Toepassing op de EU-ministerraad

De stemgewichten in de EU-raad nemen Zyczkowski en Słomczyński evenredig met de wortels uit de bevolkingsaantallen van de landen. Dit varieert dan van een gewicht 10,36% voor Duitsland tot een gewicht 0,72% voor Malta. Nederland krijgt 4,59%. Dan wordt de drempel bepaald waarboven het aantal stemmen (met gewichten) van de EU-raad moet komen om een voorstel aan te nemen. Deze drempel wordt zo bepaald dat de verhoudingen tussen de invloeden op de beslissingen nagenoeg dezelfde zijn als de verhoudingen tussen de wortels uit de bevolkingsaantallen. Wonderlijk genoeg blijkt bij een drempel van 62% deze gewenste situatie nagenoeg bereikt te worden.

Laten we hun voorstel vergelijken met het verdrag van Nice en met de EU-grondwet.

Verdrag van Nice Hierin zijn de spelregels voor de huidige situatie vastgelegd:

- De stemgewichten zijn: Duitsland, Frankrijk, UK, Italië 9,03%; Spanje, Polen 8,41%; Nederland 4,03%; Griekenland, Portugal, Belgie, Tsjechië, Hongarije 3,74%; Zweden, Oostenrijk 3,12%; Denemarken, Slowakijke, Finland, Ierland, Litauen 2,18%; Letland, Slovenië, Estland, Cyprus, Luxemburg 1,25%; Malta 0,93%.
- Voorstellen worden aangenomen met minstens 72% van de gewogen stemmen.
- Het bevolkingsaantal van de landen die voor hebben gestemd moet minstens 62% van de totale EU-bevolking zijn.
- Meer dan de helft van de lidstaten (minstens 13 van de 25) moet voor zijn.

EU-grondwet De volgende regels zouden gaan gelden als de EU-grondwet van kracht wordt:

- De stemgewichten zijn evenredig met de bevolkingsaantallen.
- Het bevolkingsaantal van de landen die voor hebben gestemd moet minstens 60% van de totale EU-bevolking zijn.
- Meer dan de helft van de lidstaten (minstens 13 van de 25) moet voor zijn.

Zyczkowski en Słomczyński Zij stellen voor:

- De stemgewichten zijn evenredig met de vierkantswortels uit de bevolkingsaaantallen.
- Voorstellen worden aangenomen met minstens 62% van de gewogen stemmen.

Hieronder staan de resultaten in de drie verschillende systemen getabelleerd voor de 7 EU-landen met het grootste inwonertal.

	Nice		EU-grondwet		voorstel 2 Polen
land	gewicht	genorm. Banzhaf index	gewicht (evenredig met inwonertal)	genorm. Banzhaf index	gewicht (=genorm. Banzhaf-index)
Duitsland	9,03	8,56	18,19	13,36	10,37
Frankrijk	9,03	8,56	13,14	9,49	8,81
UK	9,03	8,56	13,08	9,49	8,78
Italië	9,03	8,56	12,63	9,18	8,64
Spanje	8,41	8,12	8,97	6,96	7,28
Polen	8,41	8,12	8,42	6,74	7,05
Nederland	4,05	4,23	3,75	3,65	4,59

Het gaat vooral om de drie kolommen die de genormaliseerde Banzhaf-index geven (de effectieve stemmenmacht van een land). Als we de effectieve stemmenmacht in het voorstel van de twee Polen als de meest rechtvaardige toekenning beschouwen, dan zien we dat de vier grootste landen benadeeld worden in het verdrag van Nice en bevoordeeld (vooral Duitsland) in de grondwet. Nederland wordt volgens Nice en nog meer volgens de grondwet benadeeld!

Referenties

[1] W. Kirsch, M. Machover, K. Zyczkowski & W. Słomczyński, *Voting in the EU Council — a Scientific Approach*, preprint, 2004, `http://silly.if.uj.edu.pl/~karol/pdf/KMSZ04.pdf`.

[2] K. Zyczkowski & W. Słomczyński, *Voting in the European Union: The square root system of Penrose and a critical point*, preprint, 2004, `http://www.arxiv.org/abs/cond-mat/0405396`.

[3] E. W. Weisstein, *Stirling's approximation*, from MathWorld—A Wolfram Web Resource, `http://mathworld.wolfram.com/StirlingsApproximation.html`.

[4] E. W. Weisstein, *Binomial distribution*, from MathWorld—A Wolfram Web Resource, `http://mathworld.wolfram.com/BinomialDistribution.html`.