

Eerste ronde

Nederlandse Wiskunde Olympiade



vrijdag 29 januari 2010

- Beschikbare tijd: 2 uur.
- De A-vragen zijn vijfkeuzevragen. Bij elke vraag is één van de vijf mogelijkheden juist. Geef op het antwoordformulier duidelijk de letter van het goede antwoord aan. Voor een goed antwoord krijg je 2 punten, voor een fout antwoord 0 punten.
- Bij de B-vragen moet je een getal als antwoord geven. Voor een goed antwoord krijg je 5 punten en voor een fout antwoord 0 punten. Werk dus rustig en nauwkeurig, want een kleine rekenfout kan tot gevolg hebben dat je antwoord fout is.
LET OP: geef je antwoorden in exacte vorm zoals $\frac{11}{81}$ of $2 + \frac{1}{2}\sqrt{5}$ of $\frac{1}{4}\pi + 1$.
- Je mag geen rekenmachine gebruiken en geen formulekaart; alleen een pen, een passer, een liniaal of geodriehoek en natuurlijk je gezonde verstand.
- Het is een wedstrijd en geen examen. Het gaat er om dat je plezier hebt in het werken aan ongewone wiskundeopgaven. Veel succes!

A-vragen

A1. Een figuur bestaat uit drie cirkels en twee lijnen. Hoeveel snijpunten kunnen er maximaal zijn?

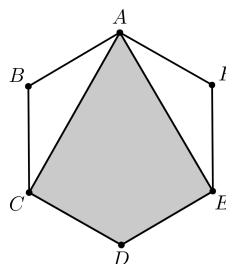
- A) 15 B) 16 C) 18 D) 19 E) 20

A2. Een toets bestaat uit zes vragen die achtereenvolgens 1 tot en met 6 punten waard zijn. Heb je een vraag goed beantwoord, dan wordt het aantal punten van die vraag bij je score opgeteld. Zo niet, dan wordt het juist ervan afgetrokken. Heb je alleen vragen 1, 3 en 4 goed, dan is je score dus $1 - 2 + 3 + 4 - 5 - 6 = -5$. Hoeveel verschillende eindscores zijn er mogelijk?

- A) 20 B) 22 C) 41 D) 43 E) 64

A3. Een regelmatige zeshoek $ABCDEF$ heeft oppervlakte 1. Wat is de oppervlakte van de vlieger $ACDE$?

- A) $\frac{1}{4}\sqrt{6}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{5}{6}$ E) $\frac{1}{2}\sqrt{3}$



A4. Drie spelers spelen een spelletje met fiches. Elke ronde geeft degene (of één van degenen) met het grootste aantal fiches één fiche aan de pot en daarna één aan elk van zijn medespelers. De pot is in het begin leeg en de drie spelers beginnen met respectievelijk 13, 14 en 15 fiches. Het spel eindigt als een van de spelers al zijn fiches kwijt is.

Hoeveel fiches zitten er in de pot op het moment dat het spel eindigt?

- A) 36 B) 37 C) 38 D) 39 E) 40

A5. Als het getal $((((7^6)^5)^4)^3)^2$ wordt uitgeschreven, wat is dan het laatste cijfer?

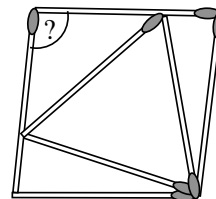
- A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

Ga verder op de achterkant.

- A6.** Bereken $\left((\sqrt{2} + 1)^7 + (\sqrt{2} - 1)^7 \right)^2 - \left((\sqrt{2} + 1)^7 - (\sqrt{2} - 1)^7 \right)^2$.
- A) 2 B) 4 C) $8\sqrt{2}$ D) 128 E) 512
- A7.** De kilometerteller van een auto geeft aan dat de auto 2010 km gereden heeft. Het is een kilometerteller met zes wieltjes en geen cijfer achter de komma, dus de stand van de teller is 002010. Deze kilometerteller slaat echter het cijfer 4 over en springt dus direct van 3 naar 5, bij elk van de wieltjes. Hoeveel kilometer heeft de auto werkelijk gereden?
- A) 1409 B) 1467 C) 1647 D) 1787 E) 1809
- A8.** Dertig mensen van verschillende lengte zijn opgesteld in een rechthoek van zes rijen van elk vijf personen. Uit elke rij kiezen we de kortste en van die zes kortsten nemen we de langste; dat is Piet. Ook kiezen we uit elke rij de langste en van die zes langsten kiezen we de kortste; dat is Jan. Vervolgens zetten we alle dertig mensen op volgorde van lengte naast elkaar, de kortste links en de langste rechts.
- Op welke positie kan Jan *niet* staan?
- A) 21 posities links van Piet D) 19 posities rechts van Piet
 B) 19 posities links van Piet E) 21 posities rechts van Piet
 C) direct naast Piet

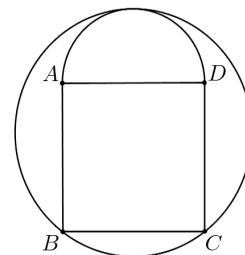
B-vragen

- B1.** Zeven even lange lucifers liggen op tafel en raken elkaar zoals in de figuur. Hoeveel graden is de aangegeven hoek?



- B2.** Hoeveel positieve gehele getallen a zijn er, waarvoor geldt: als je 2216 door a deelt, is de rest 29.

- B3.** Een figuur bestaat uit een vierkant $ABCD$ en een halve cirkel met middellijn AD buiten het vierkant. De zijde van het vierkant heeft lengte 1. Wat is de straal van de omgeschreven cirkel van de figuur?



- B4.** Op een bord met 28 rijen en 37 kolommen wordt in elk vakje met een rode pen een getal geschreven: in de bovenste rij van links naar rechts de getallen 1 tot en met 37, in de rij eronder van links naar rechts de getallen 38 tot en met 74, enzovoorts.
- Met een groene pen wordt daarna opnieuw in elk vakje een getal geschreven, maar nu komen de getallen 1 tot en met 28 van boven naar beneden in de linker kolom, in de kolom ernaast van boven naar beneden de getallen 29 tot en met 56, enzovoorts.
- In het vakje linksboven staat nu zowel in rood als in groen het getal 1. Tel de rode getallen op, van alle vakjes waar in rood en groen hetzelfde getal staat. Wat is de uitkomst?